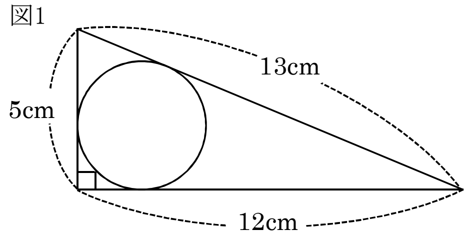
三角形に内接する円と三角形の内部を転がる円の問題

1　右の図１は３辺の長さが 5cm，12cm，13cm の直角三角形の内部に，それぞれの辺に接する円をかいたものです。

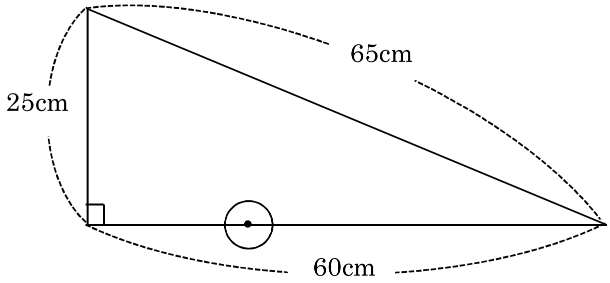
⑴　円の半径は□cm です。

図1

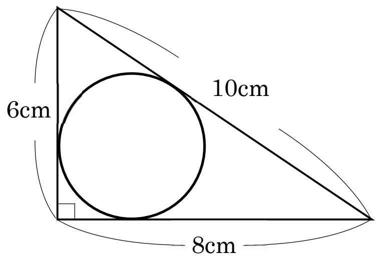


⑵　図１と同じ大きさの円が，中心が図２のような３辺の長さが 25cm，60cm，65cm の直角三角形の辺の上を通って，１周します。このとき，三角形の外側で円の通過した部分の面積は□cm² です。また，三角形の内側で円の通過しない部分の面積は□cm² です。

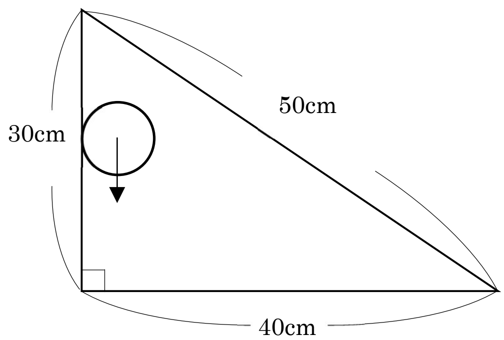
図2



2　⑴　右の図のように，3 辺の長さが 6cm，8cm，10cm の直角三角形の内側で, それぞれの辺に接する円の半径は□cm です。

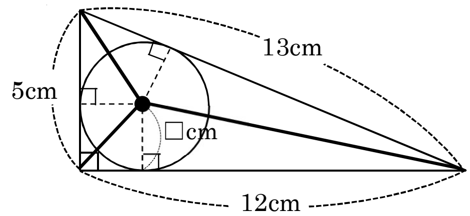


⑵　3 辺の長さが 30cm, 40cm, 50cm の直角三角形の内側を半径 3cm の円がそれぞれの辺に接したまま 1 周します。このとき，円が通過しなかった部分の面積は□cm² です。



三角形に内接する円と三角形の内部を転がる円の問題　＝解答＝

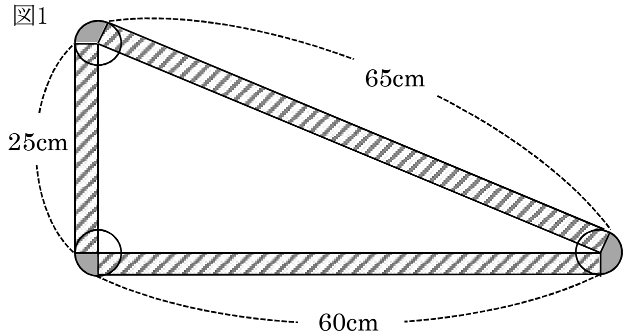
$\boxed{1}$　⑴　円の半径を□cm とすると，(5＋12＋13)×□÷2＝30 より□＝2cm



⑵　[前半]　図 1 の斜線の長方形と色をつけたおうぎ形の部分。

2×(25＋60＋65)＋2×2×π＝312.56cm²

図1



[後半]

図 2 の斜線部分が円の通らなかったところ。

円アの半径は，⑴の図形の 5 倍なので，10cm

したがって，斜線の三角形に内接する円イの半径は

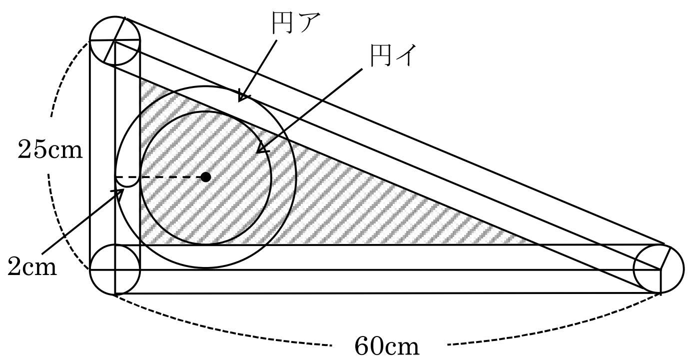
10－2＝8cm なので，

斜線の三角形の底辺は $60\times\frac{4}{5}$ ＝48cm

高さは $25\times\frac{4}{5}$ ＝20cm

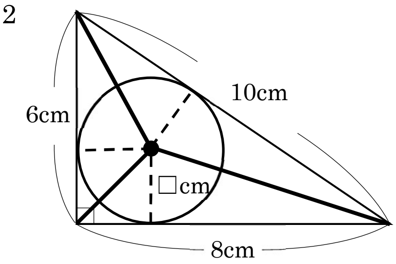
面積は，20×48÷2＝480cm²

図2



$\boxed{2}$⑴　円の半径を□cm とすると，6×□÷2＋8×□÷2＋10×□÷2＝6×8÷2

(6＋8＋10)×□÷2＝24 より□＝2 なので，2cm



⑵　円の通過した部分と円が通過しなかった部分を図で表す。

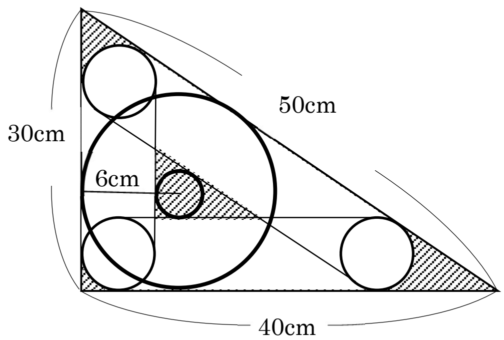
もとの三角形に内接する円の半径は⑴の 5 倍なので、10cm

中央の斜線部分の三角形に内接する円の半径は 10－3×2＝4cm

10：4＝5：2 なので，もとの三角形と中央の斜線部分の三角形の

面積の比は 5×5：2×2＝25：4

$30\times40\div2\times\frac{4}{25}$＝96cm²



すみにある斜線部分は半径 3cm の円が内接する三角形から

半径 3cm の円を引いて求める。

この三角形は⑴の 1.5 倍なので、6×1.5＝9cm，8×1.5＝12cm より

9×12÷2－3×3×3.14＝25.74cm²

したがって斜線部分の面積は 96＋25.74＝121.74cm²